

Forma y función: Geometría imposible.

«La imposibilidad de las figuras imposibles no es tan absoluta, pues puedes imaginarlas perfectamente. Se entra así en un nuevo mundo que permite esclarecer algo de ese fenómeno increíblemente complicado que llamamos VER»

Bruno Ernst.

Introducción.

Es muy posible que te hayas encontrado alguna vez con imágenes que no son lo que parecen, o que parecen lo que no son. Como por ejemplo, las siguientes:



Imagen 1.- Dos dibujos con interpretación ambigua.

En la imagen de la izquierda es posible que percibas rápidamente el pico y la cabeza de un ave, o quizá viste primero un hocico y orejas de conejo. Esta ilustración, precisamente titulada "Pato o conejo", fue publicada en la revista alemana de humor *Fliegende Blätter* en 1892 mientras que la segunda, conocida como "Mi mujer y mi suegra" se atribuye al dibujante W. E. Hill en 1915 aunque parecen existir versiones anteriores de hasta 1888. ¿Qué viste antes en esta segunda imagen, el perfil del mentón de una chica joven o la nariz de una mujer de avanzada edad?

Figuras ambiguas.

Las imágenes de interpretación ambigua aparecen desde hace más de un siglo de forma recurrente como pasatiempos de revistas o en páginas web, y hay numerosos ejemplos como los que has visto más arriba. [Busca otras imágenes ambiguas y reta a tus compañeros a descubrir las interpretaciones que tienen.](#) ¡Cuidado! No confundas las imágenes ambiguas con las ilusiones ópticas que, aunque muy relacionadas con las anteriores, son imágenes que buscan generar una percepción que en realidad no existe (por ejemplo, de movimiento o color). [¿Qué crees que tienen en común las imágenes que habéis analizado?](#)

Veamos un ejemplo geométrico mucho menos elaborado, pero no por ello carente de interés. Las representaciones bidimensionales que prescinden de ciertos elementos de profundidad o relieve provocan que sea nuestro cerebro el que intente darles una interpretación, completando esas informaciones ausentes en la propia figura. Seguro que algunas vez has experimentado por ti mismo con un cubo representado en perspectiva caballera pero sin uso de ejes y en el que no haya trazados que resalten la posición de unas aristas con respecto a otras. **El vértice señalado, ¿está próximo al observador, en una cara delantera visible? ¿o se corresponde con un vértice alejado y oculto en la realidad?**

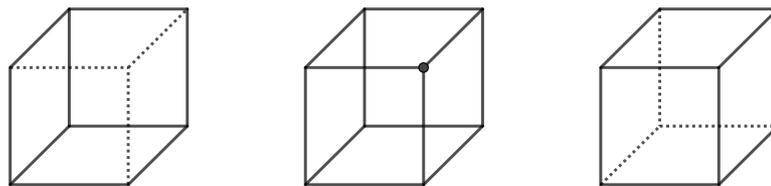
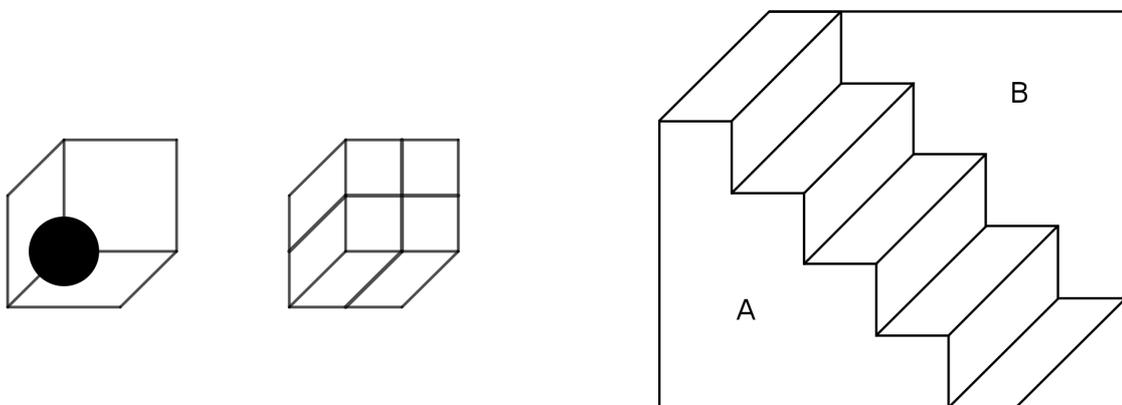


Imagen 2.- Representación ambigua de un cubo, con sus dos interpretaciones.

La primera pregunta se correspondería con una interpretación como en el diagrama de la derecha, mientras que la segunda queda reflejada en la imagen de la izquierda. La representación central es ambigua y, como hemos analizado, depende de la reconstrucción que haga nuestro cerebro y el esfuerzo que haga el observador. Este hecho fue puesto de manifiesto por el cristalógrafo N. A. Necker en una carta de 1832 en la que expresaba su contrariedad al estudiar ciertas proyecciones planas de figuras tridimensionales. Y aún hay otro sentido más para interpretar de forma ambigua el cubo, esta vez si eliminamos algunas aristas de la representación, por ejemplo las punteadas a la izquierda de la imagen 2. Bien podría ser la esquina interior de una caja (intersección de tres planos perpendiculares) o, por el contrario, imaginarlo como el exterior de dicha caja (formando un "pico" hacia el exterior). En este caso nuestro cerebro está enfrentando las nociones de concavidad y convexidad y tratando de decidirse por alguna de las dos percepciones. Otro ejemplo de este fenómeno puedes experimentarlo en la siguiente imagen, ¿en qué posición percibes las escaleras de la imagen 4?



Imágenes 3 y 4.- Interpretación cóncavo – convexo: Tres planos perpendiculares y escaleras de Schouten.

Figuras imposibles.

Bien sea por la falta de información o de referencias en la imagen, o por el juego de sombras, ya has podido comprobar la existencia de ambigüedades. Y es que dada una representación bidimensional, nuestro cerebro siempre trata de reconstruir una figura tridimensional aunque sea con mucho esfuerzo. De hecho, incluso esto a veces no es posible, aunque mentalmente nos empeñemos en conseguirlo, pues la figura representada sea un objeto imposible. Quizá uno de los ejemplos más conocida sea el tribar o triángulo de Penrose:

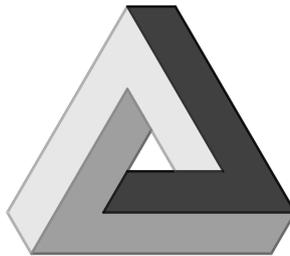


Imagen 5.- Triángulo de Penrose, una figura imposible.

La clave del desconcierto al observar la figura anterior, al igual que otras muchas que puedes encontrar fácilmente, es que en cada zona los trozos son perfectamente válidos pero que al analizar la pieza completa no hay una coherencia global. La figura representada es plausible localmente pero no cuando se mira en su conjunto. Por ejemplo, si miramos desde la parte superior parece que el sombreado negro tiene una posición avanzada mientras que en la parte inferior aparentemente está más atrasada. Sin embargo, y pese a la imposibilidad real de construir esta figura en tres dimensiones, sí podemos engañar al ojo con la perspectiva. [Busca en la web algún modelo de plantilla recortable para doblar y obligar al ojo a "ver" el triángulo imposible de Penrose desde un punto de vista concreto forzado.](#)

Esta figura imposible tiene en realidad como predecesor artístico la obra del sueco O. Reutersvärd que en 1934 dibujó nueve cubos formando una configuración triangular imposible, mientras que el tribar apareció en un artículo de investigación en 1958. En esa publicación, firmada por los Penrose padre e hijo, se estudiaba también una versión de escalera infinita que daba la impresión de permitir un recorrido cerrado siempre ascendente o siempre descendente, en función del sentido elegido para recorrerlas.

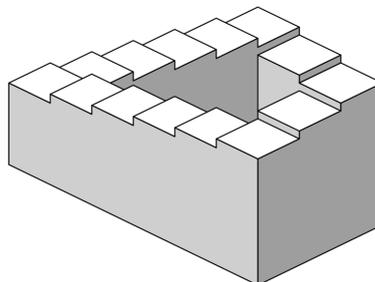


Imagen 6.- Escaleras de Penrose, siempre suben o siempre bajan.

De nuevo podemos recuperar aquí el cubo de Necker de la sección anterior y ver cómo el hecho de querer fundir ambas interpretaciones de la representación plana, nos lleva a un absurdo tridimensional. Partiendo de la representación de ocho vértices, necesitamos realizar doce aristas

de forma que en los vértices confluyan tres de ellas en ángulos rectos. Bien podríamos hacer estas uniones con aristas que cumplan dicha relación, pero que sus cruces espaciales sean absurdos. De esta manera se obtienen figuras denominadas cuboides imposibles:

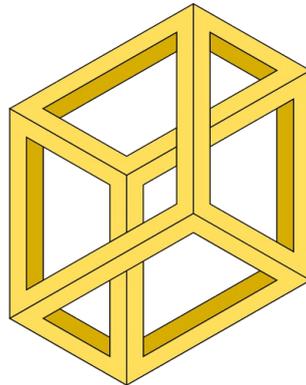


Imagen 7.- Cuboide tridimensional imposible a partir de uniones prohibidas de vértices.

[Busca otros ejemplos de figuras imposibles, tratando de explicar por qué lo son.](#) Por ejemplo, en la siguiente figura tienes un tridente imposible en el que el hueco central de la horquilla se corona por un círculo, o visto en el otro sentido, los dos espacios entre las puntas se acaban fundiendo en solo dos brazos.

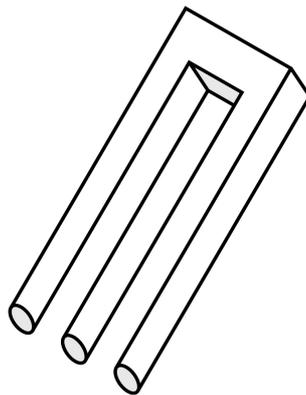


Imagen 8.- Tridente imposible.

Pero, ¿cómo podemos llegar a argumentar que una figura es, efectivamente, imposible? Una estrategia de tipo geométrico válida en muchos de los casos es la siguiente: basta con imaginar una sección adecuada mediante un único plano y observar la proyección a ambos lados. Por ejemplo, en el caso del tridente la proyección sería la de tres círculos si miramos en un sentido y, a la vez, la de dos cuadrados si miramos en el otro. Esta falta de coherencia en la sección revela la imposibilidad de la figura en cuestión. [Analiza las secciones que se generan en otras figuras imposibles](#) para justificar que efectivamente no pueden existir en la realidad tridimensional.

Utilización de figuras ambiguas e imposibles.

Una de las primeras obras de arte que juega con la imposibilidad de ciertas perspectivas es *Sátira sobre una falsa perspectiva*, del pintor W. Hogarth, en la que se mezclan escenas que ocurren en diferentes planos. [Busca la imagen y encuentra tantas incoherencias de perspectiva como seas capaz.](#)

Pero el estudio pormenorizado de recursos ambiguos e imposibles en obras de arte no se

intensificó hasta comienzos del s. XX cuando surgió la ya mencionada obra de Oscar Reutersvärd. Uno de los grandes maestros, admirado también por la comunidad científica, es Mauritus C. Escher. Pero también hay otros artistas que han dedicado gran parte de su obra a estos tópicos, como por ejemplo Monika Buch, Mathieu Hamaekers, Shigeo Fukuda, Sandro del Prete o Bruno Ernst. [Busca información biográfica de al menos dos artistas que hayan utilizado con frecuencia las representaciones ambiguas en sus obras](#) (¿o deberíamos decir los defectos de la visión humana?).

Como has comprobado, las figuras imposibles han acaparado la atención de múltiples artistas y es una fructífera fuente de ideas para ellos. Pero también los objetos imposibles han tenido cabida en el cine, pues por ejemplo el director C. Nolan incluyó las escaleras de Penrose en una escena de la película Origen (Inception en la versión original en inglés, 2010).

Por último, para ejemplificar alguna aplicación fuera del arte y el cine, cabe mencionar que algunas terapias de salud mental, fundamentadas en la psicología Gestalt (del alemán *figura*), buscan el diagnóstico a través de la percepción e interpretación que el paciente hace de ciertas imágenes. Esta teoría se hizo muy popular a mediados del s. XX, coincidiendo con el auge en el estudio de ambigüedades en las representaciones planas por parte de los científicos. Estas investigaciones para comprender cómo se produce el fenómeno de la visión humana también resultan de interés para ser replicados en las máquinas o robots, por lo que gran parte de las publicaciones al respecto se encuentran bien en revistas de neurociencia o de informática.