

Forma y función: Geometría imposible.

[Reseña con indicaciones para el profesorado]

La presente propuesta didáctica no hace referencia expresa a contenidos curriculares, sino que pretende enfrentar al alumnado a sus concepciones geométricas, haciendo entrar en conflicto las representaciones planas y tridimensionales de objetos.

Las ideas contenidas en el documento de referencia para el alumnado, así como estas indicaciones para el profesorado, están basados en las publicaciones de B. Ernst "Un mundo de figuras imposibles" e "Ilusiones ópticas" (Evergreen–Taschen GmbH, 2006). Además de artista que utiliza figuras ambiguas e imposibles como recurso en sus obras, Ernst es uno de los biógrafos que más ha estudiado la obra de M. C. Escher así como el proceso mental al través del cuál el ser humano es capaz de ver e imaginar objetos.

Se propone una dedicación de al menos tres sesiones distribuidas, a criterio del docente, en leer el documento de referencia para el alumnado discutiendo sobre las figuras que allí aparecen, buscar y analizar algunos de los otros muchos ejemplos de figuras ambiguas e imposibles que pueden encontrarse en recursos online y finalmente ahondar en la biografía de al menos dos artistas que se hayan dedicado a explotar este paradójico recurso.

Figuras ambiguas.

- [Busca otras imágenes ambiguas y reta a tus compañeros a descubrir las interpretaciones que tienen.](#) ¡Cuidado! No confundas las imágenes ambiguas con las ilusiones ópticas que, aunque muy relacionadas con las anteriores, son imágenes que buscan generar una percepción que en realidad no existe (por ejemplo, de movimiento o color). [¿Qué crees que tienen en común las imágenes que habéis analizado?](#)

Ejemplos ambiguos: esquimal–indio, marido y suegro de J. Botwinick, las tiras invertibles de G. Verbeek en el New York Herald, cráteres lunares, ... Muy probablemente, todas las imágenes que han ido apareciendo en la actividad anterior han sido en blanco y negro o, como mucho, con escala de grises. Esto es así debido a la forma que tiene de ver el ojo humano (entendiendo la palabra *ojo* referida a la percepción visual y el sentido de la vista al completo). Aunque para la mayoría de nosotros las imágenes hayan supuesto solo un pasatiempo, en el s. XX surgieron investigaciones al respecto de cómo percibíamos las imágenes y cuál era la noción de profundidad que utilizaba nuestro cerebro al enfrentarse a una representación en dos dimensiones de una figura tridimensional.

- En un cubo representado en perspectiva caballera pero sin uso de ejes y en el que no haya trazados que resalten la posición de unas aristas con respecto a otras. [El vértice señalado, ¿está próximo al observador, en una cara delantera visible? ¿o se corresponde con un vértice alejado y oculto en la realidad?](#)

Como ya intuyó Necker, estamos obligando al cerebro a decidir entre una interpretación cóncava y otra convexa, que queda incluso más patente aún con la segunda representación de la intersección de tres planos perpendiculares dos a dos.

Figuras imposibles.

- Se puede (¡se debe!) discutir previamente sobre el triángulo de Penrose. [Busca en la web algún modelo de plantilla recortable para doblar y obligar al ojo a "ver" el triángulo imposible de Penrose desde un punto de vista concreto forzado.](#)

Existen muchos de estos modelos y son sencillos, consisten en doblar y hacer una figura abierta con tres segmentos que, al mirar desde cierto ángulo concreto bajo el cual los dos extremos abiertos coinciden, hacen que "se vea" el tribar.

- [Busca otros ejemplos de figuras imposibles, tratando de explicar por qué lo son.](#) No siempre son fáciles de encontrar, o una misma figura se describe bajo diferentes nombres, pero hay ejemplos imposibles con candelabros, un diapasón, columnas griegas, el elefante de Shepard, etc.
- [Analiza las secciones que se generan en otras figuras imposibles](#) para justificar que efectivamente no pueden existir en la realidad tridimensional. El método de la sección funciona con casi todos los ejemplos, y formaliza lo que intuitivamente se percibe al mirar a un lado y a otro de la figura en el que las formas son geoméricamente incompatibles. El recurso utilizado para generarlas suele ser aprovechar huecos para añadir uniones inexistentes o trazos incompatibles, como ocurre con el ejemplo del tridente que modifica su forma natural de dos brazos tanto en su parte central como en la lateral para pasar a tener tres.

La técnica tiene su inspiración en el Teorema de la Curva de Jordan: una curva, cerrada plana sin autointersecciones divide al plano en dos regiones conexas. Este resultado de enunciado sencillo pero demostración altamente sofisticada, permite hablar de una región como "fuera" de la curva si es la parte no acotada y "dentro" a la otra región. Como consecuencia, podemos decidir si un punto está dentro o fuera de la curva uniéndolo con otro punto de la región no acotada. Si el número de intersecciones del segmento de unión con la curva resulta ser impar, entonces los puntos estaban en diferentes regiones, mientras que si el número de intersecciones es par entonces los puntos estaban en la misma región. En la imagen puede comprobarse que el punto A está en la región exterior de la curva.



Un último ejemplo relacionado con todo lo anterior, que puede mencionarse o no en clase en función de las figuras que vayan apareciendo, es la banda de Möbius. No es una figura imposible (se puede construir sin más que pegar los extremos de una tira de papel con medio giro), pero tiene relación con las figuras imposibles en tanto que tiene orientación local plausible pero global imposible. Se dice que la banda de Möbius tiene una única cara (puede ser recorrida completamente de un trazo sin levantar el bolígrafo) y, por la representación plana que suele hacerse, en ocasiones aparece confundida con la figura imposible de dos caras.

Utilización de figuras ambiguas e imposibles.

- Una de las primeras obras de arte que juega con la imposibilidad de ciertas perspectivas es Sátira sobre una falsa perspectiva, del pintor W. Hogarth, en la que se mezclan escenas que ocurren en diferentes planos. **Busca la imagen y encuentra tantas incoherencias de perspectiva como seas capaz.** Como puede apreciarse fácilmente en la obra de la imagen, entre otras, hay un pescador en primer plano cuya caña está por detrás de la del pescador de segundo plano, una mujer en la ventana encendiendo con una vela la pipa de un señor en la colina...



- **Busca información biográfica de al menos dos artistas que hayan utilizado con frecuencia las representaciones ambiguas en sus obras** (¿o deberíamos decir los defectos de la visión humana?). Si bien pueden encontrarse referencias de todos los autores mencionados, cabe destacar por encima de todos las múltiples obras que Monika Buch (nacida en Valencia en 1936) ha elaborado con las ambiguas o imposibles representaciones de un cubo como protagonista. También, cómo no, las obras de M. C. Escher (1898–1972) de las cuales destacamos, por su motivación a partir de las figuras estudiadas, las siguientes:
 - En Cóncavo y convexo (1955) introduce elementos que hacen dudar al observador sobre la curvatura de ciertas partes del cuadro. El propio Escher reconoció que encontró inspiración en el modelo tridimensional de escaleras de Schouten.

- En Belvédère (1958) representa un edificio cuyas columnas unen un piso y un techo de forma imposible, recreando un cuboide. Por si esto fuera poco, en la propia escena se observa a un personaje sentado con un cuboide imposible en las manos y el plano de un cubo de Necker a sus pies.
- En Escalera arriba y escalera abajo (1960) se observa el efecto de continuo ascenso (o descenso, según la referencia inicial que desee tomarse) de las figuras representadas, haciendo uso de la escalera de Penrose.
- En Cascada (1961) podemos intuir la inspiración en el triángulo de Penrose al observar el flujo del agua que sube a la vez que impulsa un molino y vuelve a retornar.

Dejamos a la elección del profesor ampliar esta propuesta con alguna sesión más en colaboración con otras materias. Por ejemplo, en la propuesta didáctica de Geografía e Historia se puede practicar con una de las aplicaciones de las imágenes ambiguas en contexto real: el camuflaje. Podría plantearse, por ejemplo, cómo generar un mapa confuso para el enemigo inspirándose en figuras como el tridente imposible, de forma que caminos terminen en paredes, etc. Y en colaboración con el profesorado de plástica y/o dibujo técnico se puede proponer la representación axonométrica isométrica de figuras imposibles.