

¿Es posible contar el tiempo?

«Alicia: ¿Cuánto tiempo dura la eternidad?

Conejo: A veces, solo un segundo.

Alicia: ¿Y cuánto es un segundo?»

Alicia en el País de las Maravillas, de **Lewis Carroll**.

Propuesta para el alumnado.

Introducción.

¿Sabes qué es el tiempo? No, seguramente nunca te has planteado esta pregunta. Quizá, como mucho y con suerte, solo te has planteado *cómo se mide el tiempo*. O simplemente has dado por hecho que el tiempo es *algo* que está ahí y que medimos en horas, minutos y segundos. Pero entonces, ¿qué es el tiempo? Pues en realidad esta es una pregunta muy muy difícil de responder (entramos en el terreno de lo filosófico) y, aunque no podamos contestar con precisión, al menos sí tenemos una noción intuitiva de qué significa este concepto abstracto.

Como bien sabrás, porque lo has estudiado en cursos anteriores, el tiempo es casi una invención del ser humano para poder agarrar entre sus insignificantes manos algo tan inabarcable como la constante sucesión de hechos repetitivos, con una cierta regularidad. [Recuerda y pon en común con tus compañeros...](#) ¿Cuáles son esos hechos cíclicos que observa el ser humano, y que le llevan a "medir" el tiempo? ¿Qué civilizaciones comienzan a describir estos fenómenos y cómo empiezan a calcular cuándo volverán a ocurrir?

En un comienzo, estas civilizaciones utilizaron 60 unidades como referencia para sus transacciones económicas y, de algún modo, esta forma de contar se trasladó a los cálculos relacionados con la astronomía... y hasta nuestros días. [Investiga de dónde proviene la terminología:](#) ¿Por qué se llaman horas, minutos y segundos... pero también los ángulos se designan con grados, minutos y segundos? ¿Hay alguna relación entre la unidad de tiempo, la unidad de ángulo y la esfera terrestre?

La unidad de medida para el paso del tiempo.

Hoy día tenemos interiorizado que *una hora* es lo mismo que *sesenta minutos*, y que *un minuto* son *sesenta segundos*. Pero... [¿podrías definir qué es "una hora" o "un minuto"?](#) Vale, vale... ya sé que me estoy pasando con las preguntas raras de profe y que todo esto te da igual. A ti lo que te interesa es saber *de qué nos sirve esto* y por ejemplo estarás más interesado en que un partido de fútbol dura 90 minutos, que junto con el descanso de 15 minutos hace un total de 105 minutos. Con lo que si el partido empieza a las 7 de la tarde tus padres te dejarán terminar de verlo antes de empezar a cenar a las 9 de la noche, ¿no?

[Practica, transformando](#) las siguientes medidas de tiempo en horas-minutos-segundos (o cualquier otro ejemplo, claro). Si en lugar de medida de tiempo en horas, lo piensas en medida de

ángulos con grados, puedes comprobar tus resultados con la calculadora usando la tecla ° ' '' :

- a) 45 minutos b) 105 minutos c) 3 horas d) 213 segundos
e) 4000 segundos f) 83 minutos y 57 segundos g) 1 hora, 20 minutos y 45 segundos

Y, claro, seguro que también te interesa saber que faltan 30 minutos para esa cita que tienes con tus amigos dentro de media hora... ¡Ojo! Seguro que tienes claro que media hora, que expresado en decimal son 0'5 horas, no es lo mismo que 50 minutos. ¡Así que 1'25 horas no pueden ser 1 hora y 25 minutos! [Practica transformando el cambio inverso](#). ¿Cuántos minutos son las siguientes partes de una hora?

- a) 3/4 de hora b) 0'1 horas c) la sexta parte de una hora d) $0\frac{1}{3}$ horas

¿Y qué parte de una hora son los siguientes minutos?

- a) 12 minutos b) 15 minutos c) 40 minutos d) 1 minuto

Sistemas de numeración posicionales.

Las dificultades que puede que te hayan surgido en las actividades anteriores tienen que ver con la forma en la que escribimos los números... y es a lo que se llama base de numeración. Habitualmente utilizamos el sistema posicional en base 10, conocido simplemente como sistema decimal, mientras que para las unidades de tiempo se trabaja en el sistema sexagesimal, que toma como referencia al 60. Es bastante lógico pensar que el ser humano cuenta de diez en diez gracias al número de dedos que tenemos en las manos, pero no es tan evidente el cómo las civilizaciones mesopotámicas llegaron a realizar un conteo con 60 como número de referencia.

Recuerda, indaga y comparte: ¿Qué es un sistema posicional? ¿Qué sistemas de numeración conoces? ¿Podrías describir sus reglas de formación de números? ¿Son posicionales? ¿Es útil la posición que ocupa cada uno de los símbolos para describir un número? ¿Cómo se cree que llegaron las civilizaciones mesopotámicas a contar 60 con las manos? (Observa que $60=12\cdot 5$).

Aunque no era puramente un sistema posicional, el lugar que ocupaban los diferentes símbolos (lo que hoy llamaríamos cifras) era diferente según el agrupamiento. Además, se encontraron con un problema, cómo distinguir el número 18 del 108, pues no tenían un símbolo para referirse al 0.

Investiga: ¿Qué papel desempeña el 0 en una numeración posicional y cómo se llegó a él? ¿Cómo se denominan las cifras que utilizamos hoy día y cuándo se introdujeron en Europa?

La representación de una cantidad es, en cierto modo, independiente de la forma en la que elegimos para escribirla. Así, 30 minutos, 0'5 horas o media hora son formas equivalentes de referirse a la misma parte de tiempo pero que escribimos con diferentes sistemas. En general, un número en base decimal puede describirse mediante el valor de la posición que ocupa cada cifra:

$$2097'35 = 2000 + 90 + 7 + 0'3 + 0'01 = 2 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 7 \cdot 1 + 3 \cdot 0'1 + 5 \cdot 0'01$$

y haciendo uso de la notación de potencias (con exponente entero) se obtiene

$$2097'35 = 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

Si en lugar de utilizar al 10 como referencia usáramos el 60, obtendremos la correspondiente

expresión sexagesimal. Por ejemplo, lo que en sexagesimal sería 1 hora, 3 minutos y 5 segundos en decimal serían $1 \cdot 60^2 + 3 \cdot 60^1 + 5 \cdot 60^0 = 3600 + 180 + 5 = 3785$ segundos, y para devolver esta cantidad escrita en decimal a su notación sexagesimal tendríamos que dividir sucesivamente entre 60. Efectivamente, $3785:60=63$ con resto 5, y $63:60=1$ con resto 3. ¿Verdad que se parecen mucho a las transformaciones que hiciste en los ejercicios anteriores?

Vuelve a realizar las anteriores actividades de práctica pero aplicando esta nueva estrategia. Analiza qué ocurre con números decimales. ¿Dejan de serlo al escribirlos en otros sistemas? En la práctica anterior tienes algunos ejemplos, podrías buscar otros... ¿no? **Generaliza y aplica** el proceso anterior para transformar números decimales a otros sistemas de numeración (por ejemplo a base 2, además de a base 60). ¿Cómo se expresa pi de este modo? Encuentra una referencia a pi en el sistema babilónico y transfórmalo a decimal.

Los calendarios.

Claro, todo esto de la base decimal y la base sexagesimal está muy bien. Pero estábamos hablando del paso del tiempo (en serio, responde... ¿qué es el tiempo?), de los fenómenos cíclicos y de cómo la observación de fenómenos a corto plazo, el ciclo sol/luna debido a la rotación de la Tierra sobre su eje y al que llamamos *día*, dio lugar a la división de este en horas. Y a su vez, la sucesión de muchos de estos ciclos dieron lugar a las semanas, los meses, los años... y surgieron los calendarios. En definitiva, estamos tratando de *contar* el tiempo.

Recuerda y debate con tus compañeros: ¿Qué es un año solar y cuál es su duración media? ¿Existe el año lunar, y en tal caso, qué es? ¿Sabías que tanto Cervantes como Shakespear murieron el 23 de Abril del año 1616, pero que no murieron el mismo día? ¿Cómo explicas esto?

Al igual que para medir unidades de tiempo hemos utilizado tanto el sistema sexagesimal como el sistema decimal, también para la unidad anual se utilizan diferentes métodos. Cómo no, los primeros en idear una unidad de tiempo que englobase los fenómenos relacionados con la traslación de la Tierra alrededor del sol, fueron los babilonios. **Investiga sobre la duración del calendario solar** babilónico y sus meses. Lo mismo para el descendiente directo, el calendario Juliano. Y también su variante, el calendario Gregoriano, que esencialmente es la que utilizamos hoy en día. Y ahora, sabiendo algo más sobre diferentes calendarios, ¿podrías explicar ya por qué Cervantes y Shakespeare murieron en la misma fecha pero no el mismo día?

Practica el cambio de fecha según otros calendarios. Escoge alguna fecha del calendario actual (tu nacimiento, por ejemplo) y calcula cuál sería esa fecha si mantuviéramos vigente el calendario Juliano. Puedes hacer lo mismo también con fechas en años islámicos o años chinos.

Dado que los calendarios son una división inexacta del año solar, cometemos errores al restringirnos a una cantidad entera de días en un año. Es por eso que cada cierto tiempo necesitamos añadir algún día extra y es así como surgen los años bisiestos. **Recuerda la regla para saber cuándo un año es bisiesto** y relaciona esta regla de divisibilidad con los errores de aproximación cometidos en el año natural con respecto a un año solar, y cómo éstos se acumulan por exceso o defecto con el paso del tiempo. Y si no existieran las correcciones con años bisiestos, ¿cuántos años deberían pasar para que los solsticios de verano (21 de junio) y de invierno (21 de diciembre) quedasen intercambiados?

Y ahora que sabes el origen de los calendarios, basados en la jerarquía día-semana-mes,

deberías saber también que en algún momento de la Historia algún lumbreras trató de hacer un calendario basado en el sistema decimal. Es decir, se propuso que las semanas pasaran a tener... 10 días. [Investiga cuándo se propuso este sistema](#) de calendario decimal, quiénes lo hicieron y cuándo. ¿Por qué crees que no tuvo éxito la propuesta? Calcula, otra vez, las fechas que escogiste anteriormente pero en este calendario decimal.

Notación científica.

Seguramente comprenderás que una de las claves a la hora de diseñar una división del tiempo (por cierto, aún no me has respondido... ¿qué es el tiempo?) es saber cómo se suceden los fenómenos cíclicos y para ello es determinante conocer distancias. Como has podido comprobar al investigar sobre el origen de los términos hora/grado, minuto y segundo, éstos están íntimamente ligados con las dimensiones de nuestro planeta Tierra, así como de la Luna y el Sol y también la distancia entre ellos. Argumenta razones para saber, o al menos intuir, que la Tierra es redonda aún sin salir de ella. Recuerda, aproximadamente, la medida del radio de la esfera terrestre, la distancia que hay entre la Tierra y la Luna, o entre la Tierra y el Sol.

Las distancias de las que hemos hablado hace un momento son lo suficientemente grandes, millones de kilómetros, como para que a nadie le importe un puñado de metros de más o de menos. Al hablar de millones, ya tenemos una idea de cuán grande es la cantidad de la que hablamos y resulta que la cifra de las unidades se vuelve despreciable. Además, para economizar la forma de escritura de números grandes (y también pequeños) ya conoces de otros cursos la notación científica. [Escribe en notación científica](#) las distancias desde la Tierra hasta la Luna y hasta el Sol. Cuando estos tres cuerpos se encuentran alineados y se producen eclipses, ¿qué distancia hay entre la Luna y el Sol? (ten en cuenta las diferentes posiciones relativas entre ellos, que dan lugar a eclipses solares o lunares). ¿Cuántas veces supera la distancia Tierra-Sol a la distancia Tierra-Luna? Puedes repetir la actividad con las distancias entre los diferentes planetas del Sistema Solar u otros cuerpos astronómicos, comparando también cuál es la duración medido en años terrestres, de un año en cada uno de los planetas del Sistema Solar. Claro, que cuando hablamos de tiempo no solo nos interesan las unidades muy grandes, sino también las muy pequeñas: como por ejemplo el tiempo que ha separado al segundo clasificado de una carrera de 100m lisos de la victoria, o el tiempo que dura un pestaño.

Tenemos (más o menos) clara la duración de un año solar terrestre, y podemos hacernos una idea de los años en otros planetas. Sin embargo, no es muy sencillo saber la duración de un año luz... ¡Porque de hecho no es ni siquiera una unidad de medida de tiempo, sino de distancia! [Busca información sobre](#) qué magnitud mide y qué es un año luz. Investiga sobre el Sistema Internacional de pesos y medidas (y compáralo con el sistema anglosajón) y en particular sobre las unidades de tiempo (cómo se define la unidad básica del segundo, y sus fracciones, como el nanosegundo), justificando su utilidad e importancia. Indaga también sobre los aparatos que históricamente se han utilizado para medir tiempo, desde los rudimentarios relojes de sol a los modernos cronómetros o los muy precisos relojes atómicos.

Y ahora que ya estamos llegando al final... ¿sabrías decirme qué es el tiempo? O, al menos, ¿ya sabrías decir qué es un segundo? ¿Es la unidad más pequeña? ¿Existe alguna medida que sea *la más pequeña de todas* o puedo dividir el tiempo todo lo que quiera? En definitiva... ¿se puede contar el tiempo? [Investiga sobre](#) las paradojas de Zenón, en las que trata sobre la (in)divisibilidad del tiempo y el espacio.

Guía para el profesorado.

Aunque la presente UD está diseñada desde y para la materia de Matemáticas, los contenidos que aborda no son exclusivos de esta especialidad ni pueden comprenderse plenamente sin ser interrelacionados con otras materias. Como se observará al llegar a la propuesta de actividades, varios de los contenidos trabajados pueden abordarse también desde materias como Física y Química o incluso dejan la puerta abierta a desarrollarse en colaboración con asignaturas como la de Geografía e Historia.

El momento de aplicación de esta UD dependerá de la temporalización que el docente haga de su curso. Un momento muy adecuado es presentar este trabajo tras las Unidades en las que se trabajan los conjuntos numéricos naturales/enteros/racionales y las propiedades de potencias y raíces, pues en nuestra UD hacemos uso de los procedimientos ahí trabajados de forma más elemental.

La UD está pensada para desarrollar a lo largo de al menos una semana académica, por lo que proponemos una distribución de 4 sesiones, adaptables en función de si se trabaja exclusivamente en la materia de matemáticas o si se presentan algunas actividades en colaboración con otras materias. En cada una de las sesiones se ofrecen 4 actividades diferentes (tanto en contenido, como en dificultad y metodología) de las que pueden elegirse solo algunas de ellas, o combinarlas de otra forma en una estructura alternativa de sesiones. Una sugerencia de aplicación de cada una de las sesiones:

Sesión 1: Noción de tiempo y su medida.

En esta sesión deben aflorar los conceptos que los alumnos tienen adquiridos previamente: observación de fenómenos periódicos en la Naturaleza, tales como los ciclos día/noche dados por sol/luna, las fases lunares, los eclipses, las estaciones, etc. Se enmarca históricamente el surgimiento de la idea de "tiempo" en las civilizaciones mesopotámicas y la utilización de la base 60 como referencia para la escala de horas-minutos-segundos, así como la relación de esta escala con las correspondientes expresiones decimales.

Los conceptos matemáticos trabajados no deberían representar ninguna dificultad para un alumno AC, y de hecho cualquier alumno genérico debería llegar a completarlos sin dificultad. El atractivo de la sesión radica en el encaje histórico, cultural y filosófico que motiva la necesidad de medir el tiempo, así como entrever la relación con el tamaño y los movimientos terrestres.

Sesión 2: Sistemas de numeración.

El cambio entre el sistema de numeración decimal y el sistema sexagesimal en el que medimos el tiempo genera no pocas confusiones entre los alumnos. En esta sesión, más allá de desentrañar este error tan (demasiado) habitual error entre los estudiantes, se pretende profundizar en la relación que existe entre la escritura posicional y la descomposición polinómica de un número en cierta base (10 y 60 en este caso). Además, se da a conocer el proceso que permite pasar algorítmicamente de una a otra base y que es realmente útil y sencillo en el caso de la base binaria. Aunque no se profundiza en nuestra propuesta, la numeración binaria nos da pie a hablar de potencias de base 2, bits, memoria de ordenadores y, en general, deja la puerta abierta a toda

una rica matemática y su aplicación tecnológica en el s. XXI.

Por un lado la visión histórica nos permite vislumbrar la relación entre las cifras babilónicas (una alternativa sería desarrollar actividades en relación a la escritura de números con el método babilónico) y el incipiente nacimiento de la escritura cuneiforme. Y por otro lado, es interesante conocer el origen de nuestro actual sistema de numeración y sus cifras así como el punto de inflexión que supuso la toma de conciencia sobre la necesidad del 0 como materialización escrita del concepto de "nada".

Sesión 3: Los calendarios.

De vuelta a la medida del tiempo, dedicamos esta sesión a los calendarios y los relacionamos con los errores de aproximación de magnitudes. Según diferentes culturas, se le ha dado preponderancia al Sol o a la Luna para calcular los eventos importantes, y se obtienen así calendarios solares o lunares. En un giro completo de la Tierra alrededor del Sol (año) hay algo más de 365 ciclos sol/luna (día) mientras que hay algo más de 12 ciclos lunares (meses). Las correcciones de los errores acumulados referidos a estas cantidades dan lugar, por ejemplo, a los años bisiestos y la precisión en la regla de determinación de éstos nos lleva a los calendarios cristianos juliano y gregoriano.

Dado que durante ciertos momentos de la Historia convivieron calendarios diferentes (aún hoy podemos encontrar ejemplos de ello), hay efemérides que sucedieron en días diferentes pero cuya fecha según dos calendarios diferentes es la misma. Con la idea de eliminar estas disfunciones, y arrastrados por la fiebre del Sistema Métrico Decimal recién estrenado, algunos republicanos franceses diseñaron tras la Revolución de 1789 un calendario con semanas de 10 días que, como es de imaginar, no tuvo demasiado éxito.

Sesión 4: Notación científica.

Para finalizar la Unidad nos adentramos en el terreno de la Física y el Sistema Solar. Durante todas las sesiones se ha podido aludir a las propuestas didácticas para 1º y 2º ESO del mismo programa al que pertenece esta unidad para 3º y 4º, si bien en esta última sesión se hace más patente la continuidad con respecto a aquellas. Una vez recuperados los conocimientos previos de los alumnos en relación a la notación científica, se puede (se debe, en realidad) hacer notar que los órdenes de magnitud no son más que el exponente mayor de la descomposición polinómica del número correspondiente.

Las posiciones relativas Sol-Tierra-Luna o Sol-Luna-Tierra nos permiten introducir la suma y la resta con notación científica, mientras que la comparación de la distancia Tierra-Luna con la distancia Tierra-Sol nos permite la división o, según la presentemos, también la multiplicación. Puede aprovecharse este momento para introducir el manejo de la calculadora científica y cómo escribir e interpretar en el modo SCI.

Por último, pretendemos hacer reflexionar sobre el mundo (sub)atómico y sus escalas de tiempo. Como inquietante cierre de Unidad proponemos una lectura y reflexión sobre alguna de las paradojas de Zenón que plantea la imposibilidad de que exista una unidad mínima de medida (en nuestro caso, de tiempo) y por contra argumenta también contra la infinita divisibilidad del tiempo o el espacio.